

Duolimpiadi

Antichi problemi

Gara del 2025-11-08

Lore

Una branca quasi sconosciuta dell'archeologia è la cosiddetta *matemarcheologia*, che studia i problemi matematici posti dalle popolazioni dell'antichità. È convenzione matemarcheologica, quando un problema viene tradotto dal manoscritto originale, lasciare i nomi delle variabili intatti. Qui collezionati sono quattro problemi da diverse parti del mondo, seguendo la convenzione sopra citata. Un fatto poco noto è che gli antichi utilizzavano LaTeX. I matemarcheologi, persone più civilizzate, hanno optato per utilizzare Typst; non possiamo che seguire le loro orme.

1. Il gioco dei Parti

Vachagan (il Coraggioso) e Shapur (figlio di Pabag) fanno un gioco: scrivono il numero 2 su una lavagna, e poi a turno, partendo da Vachagan, cancellano il numero ς e scrivono $\varsigma + \omega$, dove ω è un divisore primo di ς . Perde *il gioco*¹ la prima persona che scrive sulla lavagna un numero maggiore di 69. Supponendo che entrambi i giocatori giochino perfettamente, si determini chi vincerà il gioco.

2. Il cubo dell'imperatore Maurya

Siano $\aleph, \square, \Lambda \in \mathbb{Z}^+$ per cui $\frac{\aleph}{\square} + \frac{\square}{\Lambda} + \frac{\Lambda}{\aleph} \in \mathbb{Z}$. Si dimostri che $\aleph \square \Lambda$ è un cubo perfetto.

3. La griglia micenea

Determina tutti gli $\dagger \in \mathbb{Z}^+$ i cui divisori possono essere inseriti in una griglia rettangolare, ciascun divisore in esattamente una casella, in cui:

- la differenza in valore assoluto tra le somme di due righe qualsiasi è al massimo 1
- la differenza in valore assoluto tra le somme di due colonne qualsiasi è al massimo 1

4. La funzione fenicia

Sia $\gamma \in \mathbb{Z}^+$ fissato. Determina al variare di γ tutte le funzioni $\gamma : \mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{Z}^+$ per cui, per ogni $\gamma \in \mathbb{Z}^+$

- $\gamma(\gamma) < \gamma(\gamma + 1)$
- $\gamma^\gamma(\gamma) = (\gamma + 1)\gamma$, dove γ^γ indica l'applicazione di γ ripetuta γ volte.

¹L'hai perso anche tu!